

ŠKOLSKO/GRADSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE  
28. siječnja 2019.

6. razred - rješenja

OVDJE SU DANI NEKI NAČINI RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1.  $\left(\frac{5}{3}-1\right):\frac{1}{6}+\left(\frac{20}{7}-2\right)\cdot 14-1\frac{1}{2}:\left(1-\frac{1}{2}\right)=$

$$=\frac{2}{3}:\frac{1}{6}+\frac{6}{7}\cdot 14-\frac{3}{2}:\frac{1}{2}$$

3 BODA

$$=\frac{2}{3}\cdot 6+\frac{6}{7}\cdot 14-\frac{3}{2}\cdot 2$$

$$=4+12-3$$

2 BODA

$$=16-3$$

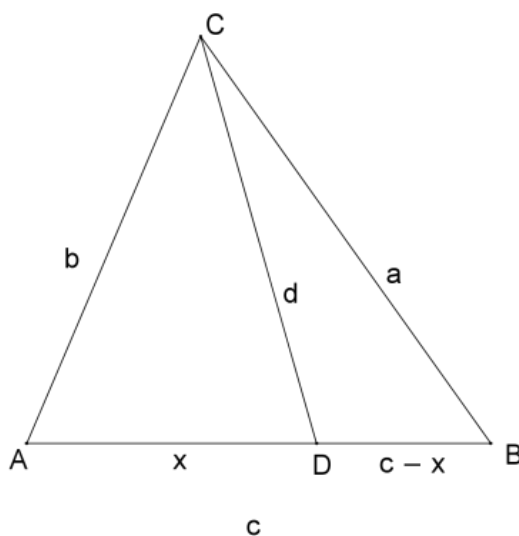
$$=13$$

1 BOD

..... UKUPNO 6 BODOVA

2. Skica trokuta podijeljena zadanom dužinom na dva trokuta:

1 BOD



Opseg zadanog trokuta manji je od zbroja opsega dvaju dobivenih trokuta za dvije duljine dužine koja je početni trokut podijelila na dva nova trokuta.

2 BODA

Dakle, vrijedi da je:

$$2d = 41 + 25 - 55$$

1 BOD

$$2d = 11$$

$$d = 5.5 \text{ mm}$$

1 BOD

Tražena duljina zadane dužine iznosi 5.5 mm.

1 BOD

..... UKUPNO 6 BODOVA

**3. Prvi način:**

Istanbul je istočnije od Zagreba, a vremenska razlika je 2 sata pa je u Istanbulu bilo 2 sata više nego u Zagrebu kad su poletjeli, odnosno subota, 22:00. 1 BOD

Ako je let trajao  $2\frac{1}{12}$  sata, a dvanaestina sata je  $60 : 12 = 5$  minuta, u Istanbul su sletjeli za 2 sata i

5 minuta, tj. u nedjelju u 00:05. 1 BOD

Na let za New York čekali su 7 sati što znači da su poletjeli u nedjelju u 07:05. 1 BOD

New York je zapadnije od Istanbula i vremenska razlika je 8 sati pa je u New Yorku bilo 8 sati manje nego u Istanbulu kad su poletjeli, odnosno bila je subota, 23:05 1 BOD

Ako je let do New Yorka trajao  $11\frac{5}{12}$  sata, a dvanaestina sata je 5 minuta, trajanje leta je 11 sati i

25 minuta. 1 BOD

Konačno, kad je njihov avion sletio, u New Yorku je bila nedjelja, 10 sati i 30 minuta (10:30).

1 BOD

..... UKUPNO 6 BODOVA

**Drugi način:**

Ukupno trajanje putovanja je  $2\frac{1}{12} + 7 + 11\frac{5}{12} = 20\frac{6}{12} = 20\frac{1}{2} = 20.5$  sata. 1 BOD

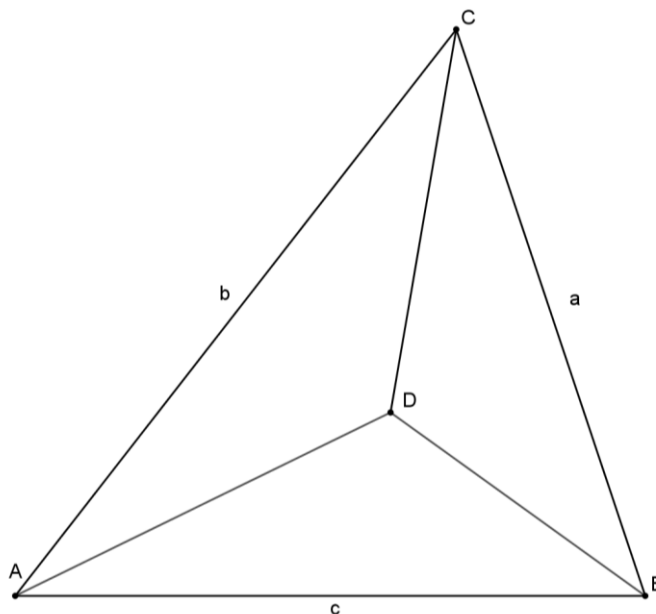
Kako su krenuli iz Zagreba u Istanbul, a Istanbul je istočnije, zbog vremenske razlike od 2 sata na 12.5 sati treba dodati 2 sata, što iznosi 22.5 sata. 2 BODA

Kako je vremenska razlika Istanbula i New Yorka 8 sati, a New York je zapadnije, zbog vremenske razlike od 8 sati od 22.5 sati treba oduzeti 8 sati, što iznosi 14.5 sati. 2 BODA

Od 20:00 do ponoći su 4 sata, dakle kad su stigli u New York bila je subota, 10:30. 1 BOD

..... UKUPNO 6 BODOVA

**4.**



Skica: 1 BOD

Neka se, primjerice, simetrale povučene iz vrhova A i B sijeku pod kutom od  $111^\circ$ , a simetrale povučene iz vrhova A i C pod kutom od  $122^\circ$ .

U trokutu ABD vrijedi  $\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} + 111^\circ = 180^\circ$ , odnosno  $\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} = 69^\circ$ . Tada je  $\alpha + \beta = 138^\circ$ . 1 BOD

- Iz trokuta  $ABC$  slijedi da je  $\gamma = 180^\circ - 138^\circ = 42^\circ$ . 1 BOD
- U trokutu  $ACD$  vrijedi  $\frac{\alpha}{2} + \frac{\gamma}{2} + 122^\circ = 180^\circ$ , odnosno  $\frac{\alpha}{2} + \frac{\gamma}{2} = 58^\circ$ . Tada je  $\alpha + \gamma = 116^\circ$ . 1 BOD
- Iz trokuta  $ABC$  slijedi da je  $\beta = 180^\circ - 116^\circ = 64^\circ$ . 1 BOD
- Onda je  $\alpha = 180^\circ - (42^\circ + 64^\circ) = 74^\circ$ . Kutovi su  $42^\circ$ ,  $64^\circ$  i  $74^\circ$ . 1 BOD
- ..... UKUPNO 6 BODOVA

5. Neka je  $x$  broj zahvalnica koje je učitelj pripremio.

Za sudjelovanje mu se prijavilo  $x + \frac{2}{13}x = \frac{15}{13}x$  učenika. 1 BOD

Na Večer matematike je došlo  $\frac{14}{15}$  tog broja, tj.  $\frac{14}{15} \cdot \frac{15}{13}x = \frac{14}{13}x$  učenika. 2 BODA

To je za  $\frac{1}{13}$  više od broja pripremljenih zahvalnica.

Iz  $\frac{1}{13}x = 20$ , dobije se  $x = 260$ . 2 BODA

Na Večeri matematike sudjelovalo je 280 učenika. 1 BOD

..... UKUPNO 6 BODOVA

6. Označimo prvi pribrojnik s  $x$ . Tada je:

1. broj:  $x$

2. broj:  $x + 5$

3. broj:  $x + 5 + 5 = x + 2 \cdot 5$

...

50. broj:  $x + 49 \cdot 5$  2 BODA

$50x + (1 + 2 + 3 + \dots + 49) \cdot 5 = 8\ 625$  1 BOD

$1 + 2 + 3 + \dots + 49 = (50 \cdot 49) : 2 = 1\ 225$  (Gaussova dosjetka) 2 BODA

$50x + 1225 \cdot 5 = 8\ 625$  1 BOD

$50x + 6125 = 8\ 625$

$50x = 2\ 500$

$x = 50$  2 BODA

$50 + 49 \cdot 5 = 50 + 245 = 295$  1 BOD

Najmanji pribrojnik je 50, a najveći 295. 1 BOD

..... UKUPNO 10 BODOVA

7. Broj je djeljiv brojem 18 ako je djeljiv brojevima 9 i 2. 1 BOD

Broj je djeljiv brojem 2 ako završava znamenkom 0, 2, 4, 6 ili 8.

Prema uvjetu zadatka vrijedi  $c = 2$ . 1 BOD

Budući da broj počinje i završava znamenkom  $a$  te da različita slova predstavljaju različite znamenke mora biti  $a = 4, 6, 8$ . 1 BOD

Broj je djeljiv brojem 9 ako mu je zbroj znamenaka djeljiv brojem 9. 1 BOD

1. slučaj:

$a = 4$

Zbroj  $4 + b + 2 + d + 4 = 10 + b + d$  mora biti djeljiv brojem 9, tj. mora biti  $b + d = 8$  ili  $b + d = 17$ .

Ako je  $b + d = 8$  postoje sljedeće mogućnosti:

<i>b</i>	<b>0</b>	<b>1</b>	2	<b>3</b>	4	<b>5</b>	6	<b>7</b>	<b>8</b>
<i>d</i>	<b>8</b>	<b>7</b>	6	<b>5</b>	4	<b>3</b>	2	<b>1</b>	<b>0</b>
	Da	Da	Ne	Da	Ne	Da	Ne	Da	Da

Tri mogućnosti ne vrijede zbog ponavljanja znamenaka pa ovaj slučaj zadovoljavaju brojevi: 40284, 41274, 43254, 45234, 47214 i 48204.

Ako je  $b + d = 17$  postoje sljedeće mogućnosti:

<i>b</i>	<b>9</b>	<b>8</b>
<i>d</i>	<b>8</b>	<b>9</b>
	Da	Da

Ovaj uvjet zadovoljavaju brojevi: 48294 i 49284.

2. slučaj:

$a = 6$

Zbroj  $6 + b + 2 + d + 6 = 14 + b + d$  mora biti djeljiv brojem 9, tj. mora biti  $b + d = 4$  ili  $b + d = 13$ .

Ako je  $b + d = 4$  postoje sljedeće mogućnosti:

<i>b</i>	<b>0</b>	<b>1</b>	2	<b>3</b>	<b>4</b>
<i>d</i>	<b>4</b>	<b>3</b>	2	<b>1</b>	<b>0</b>
	Da	Da	Ne	Da	Da

Jedna mogućnost ne vrijedi zbog ponavljanja znamenaka pa drugi uvjet zadovoljavaju brojevi: 60246, 61236, 63216 i 64206.

Ako je  $b + d = 13$  postoje sljedeće mogućnosti:

<i>b</i>	<b>4</b>	<b>5</b>	6	7	<b>8</b>	<b>9</b>
<i>d</i>	<b>9</b>	<b>8</b>	7	6	<b>5</b>	<b>4</b>
	Da	Da	Ne	Ne	Da	Da

Dvije mogućnosti ne vrijede zbog ponavljanja znamenaka pa ovaj uvjet zadovoljavaju brojevi: 64296, 65286, 68256 i 69246.

3. slučaj:

$a = 8$

Zbroj  $8 + b + 2 + d + 8 = 18 + b + d$  mora biti djeljiv brojem 9, tj. mora biti  $b + d = 0$ ,  $b + d = 9$  ili  $b + d = 18$ .

Kako je  $b + d = 0$  samo za  $b = d = 0$ , a  $b + d = 18$  samo za  $b = d = 9$  oba slučaja ne vrijede zbog ponavljanja znamenaka.

Ako je  $b + d = 9$  postoje sljedeće mogućnosti:

<i>b</i>	<b>0</b>	1	2	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	7	8	<b>9</b>
<i>d</i>	<b>9</b>	8	7	<b>6</b>	<b>5</b>	<b>4</b>	<b>3</b>	2	1	<b>0</b>
	Da	Ne	Ne	Da	Da	Da	Da	Ne	Ne	Da

Dvije mogućnosti ne vrijede zbog ponavljanja znamenaka pa treći slučaj zadovoljavaju brojevi: 80298, 83268, 84258, 85248, 86238 i 89208.

Dakle ukupno postoje 22 broja koji zadovoljavaju uvjete. To su: 40284, 41274, 43254, 45234, 47214, 48204, 48294, 49284, 60246, 61236, 63216, 64206, 64296, 65286, 68256, 69246, 80298, 83268, 84258, 85248, 86238 i 89208.

Ispisivanje svih rješenja donosi:

6 BODOVA

Ukoliko natjecatelj nije ispisao sva moguća rješenja broj bodova se dodjeljuje na sljedeći način:

1-5 rješenja	1 BOD
6-9 rješenja	2 BODA
10-13 rješenja	3 BODA
14-17 rješenja	4 BODA
18-21 rješenje	5 BODOVA
22 rješenja	6 BODOVA

Ukoliko je natjecatelj ispisao sva rješenja bez raspisivanja po slučajevima ostvaruje na ovom dijelu zadatka svih 6 BODOVA.

..... UKUPNO 10 BODOVA

**Napomena:** Ukoliko natjecatelj ima zapisane sve brojeve koji udovoljavaju uvjetima zadatka, bez uvodnog obrazloženja (pravila djeljivosti brojem 18 te zaključak o vrijednosti znamenaka  $a$  i  $c$ ), ostvaruje UKUPNO 6 BODOVA.